Суперкомпьютерное моделирование экономических процессов

13 Суперкомпьютерное моделирование экономических процессов[1]

Рассматривается задача о портфеле ценных бумаг, целью которой является формирование портфеля активов, сочетающего в себе разумный риск и приемлемую доходность. Предлагается новый масштабируемый метод, основанный на использовании фейеровских отображений, допускающий эффективную программную реализацию на суперкомпьютере. Применение суперкомпьютерных технологий позволяет создать устойчивый финансовый инструмент для работы с ценными бумагами в режиме реального времени.

АВТОРЫ:

А.В. Ершова **–** преподаватель кафедры дифференциальных уравнений и динамических систем Южно-Уральского государственного университета,
e-mail: ershovaav@gmail.com
И.М. Соколинская – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры дифференциальных уравнений и динамических систем Южно-Уральского государственного университета,
e-mail: irinasokolinsky@gmail.com

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 09-01-00546а).

Суперкомпьютерные технологии можно использовать для решения задач в области экономико-математического моделирования, например, задач линейного программирования. В свою очередь методы линейного программирования можно применять для решения задачи о портфеле ценных бумаг. Портфель ценных бумаг является инвестированным в ценные бумаги капиталом, приносящим доход и имеющим всевозможные риски, присущие рынку, а значит им необходимо управлять. В противном случае возрастает вероятность его потери или крупных убытков.

Невозможно найти ценную бумагу, которая была бы одновременно высокодоходной, высоконадежной и высоколиквидной. Каждая отдельная бумага может обладать максимум двумя из этих качеств. Сущность портфельного инвестирования как раз и подразумевает распределение инвестиционного потенциала между различными группами активов. В зависимости от того, какие цели и задачи изначально стоят при формировании того или иного портфеля, выбирается определенное процентное соотношение между различными типами активов, составляющими портфель инвестора. Грамотно учесть потребности инвестора и сформировать портфель активов, сочетающий в себе разумный риск и приемлемую доходность — и есть цель задачи о портфеле ценных бумаг.

Задачу о портфеле ценных бумаг можно описать системой линейных неравенств. В этой математической модели портфель ценных бумаг — это точка n-мерного пространства, т.е. вектор, каждая координата которого — это ценная бумага, или акция какой-нибудь компании. Количество ценных бумаг в портфеле определяет размерность этого пространства. Неравенства задают в n-мерном пространстве область в форме n-мерного многогранника, внутри которого находятся допустимые решения. Эту систему неравенств задает эксперт брокерской фирмы или инвестиционный консультант. Эксперт нам говорит, что за пределы этого многогранника выходить опасно, это риск, лучше искать решение в пределах многогранника. Это обеспечивает надежность и стабильность портфеля ценных бумаг. Далее составляется целевая функция (каждая координата, или ценная бумага, умножается на ее стоимость, и все такие произведения складываются). Искомым решением задачи максимизации стоимости портфеля ценных бумаг является n-мерная точка, находящаяся в одной из вершин многогранника, в которой значение целевой функции является максимальным. Это и есть задача линейного программирования.

Классическим методом решения задачи линейного программирования является симплекс-метод. Но он имеет ряд существенных недостатков. Во-первых, симплекс-метод плохо распараллеливается. Этот метод является последовательным методом, и задача хорошо решается им только на одном процессоре. Во-вторых, он неприменим к задачам, в которых изменяются исходные данные, что характерно для задачи о портфеле ценных бумаг, так как стоимость акций меняется ежесекундно.

В этих условиях лучше применить другой метод решения, основанный на использовании фейеровских отображений [1]. Его главные преимущества в том, что он хорошо распараллеливается, а значит допускает эффективную программную реализацию на суперкомпьютере, и, что самое важное, он устойчив по отношению к изменяющимся исходным данным. Фейеровские отображения представляют собой обобщение понятия проектирования на плоскость и работают в некотором смысле, как самонаводящаяся ракета. Даже если цель сдвигается со временем, фейеровский метод все равно ее настигнет.

Применение нового метода на базе фейеровских отображений для решения задачи о портфеле ценных бумаг рассмотрим на простом двумерном примере на рис. 1. Использование суперкомпьютера позволяет принимать оперативное решение в реальном времени. Метод выдает точные рекомендации — сколько и каких акций нужно докупить или продать. Рассмотренный пример очень упрощенный, двумерный, в нем всего две ценные бумаги. Реально портфель ценных бумаг может содержать 100 и более различных акций. В этом случае задача становится чрезвычайно ресурсоемкой. Например, задача, в которой просчитывается 20 ценных бумаг, и допустимая область описывается 42-мя неравенствами, на обычном компьютере решается за 10 часов, а на суперкомпьютере, имеющем 384 процессорных ядра, всего за одну минуту.

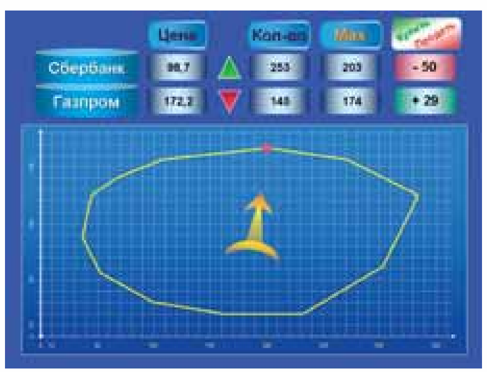

Рис. 1.
Пример работы метода для двумерной задачи о портфеле ценных бумаг

Задача о портфеле ценных бумаг предполагает их фиксированный набор в портфеле и совершенно не говорит нам о том, как можно добавить или убрать ценную бумагу. Как определить, какую ценную бумагу нам лучше выбрать из всего их многообразия? Для этого нужно разделить все бумаги на две части: те, которые будут дорожать (назовем их прибыльными), и те, которые в будущем будут дешеветь (назовем их убыточными). Если мы увидели, что какая-то бумага в нашем портфеле стала убыточной, то ее надо

убрать, а вместо нее добавить в портфель более прибыльную. Как определить, какая бумага будет дорожать, а какая дешеветь? Для этого мы используем специальную математическую модель.

Каждая ценная бумага представляется в виде многомерной точки, координаты которой — это параметрическое описание конкретной бумаги. Эксперт брокерской компании определяет набор параметров, исходя из которых, он может предсказать, будет дорожать или дешеветь бумага, например, положение бумаги в тренде, средний оборот торгов, спрэд между ценами спроса и предложения и т.д. Чем больше координат и статистических данных, тем достовернее результат. Соответственно, параметры ценных бумаг будут задавать размерность пространства нашей задачи. Далее эксперт формирует две системы неравенств, которые задают два многогранника. Те бумаги, которые попадают в многогранник, четко характеризуются, т.е. точки внутри зеленого многогранника будут прибыльными бумагами, а точки внутри красного многогранника будут убыточными бумагами. Кроме этих точек, нам еще интересно узнать и про те точки-бумаги, которые не попали в многогранники. Какими они будут?

Данную проблему можно свести к задаче, известной в математике как задача сильной отделимости, т.е. нахождение слоя наибольшей толщины, разделяющего два многогранника. На рис. 2(а) рассмотрим работу алгоритма решения этой задачи на двумерном примере.

Берем произвольную точку, из которой строим проекции на оба многогранника, соединяем полученные точки на многогранниках в отрезок, берем середину этого отрезка, проецируем точку на многогранники, снова соединяем, берем середину… И так делаем до тех пор, пока не получим отрезок, сере-

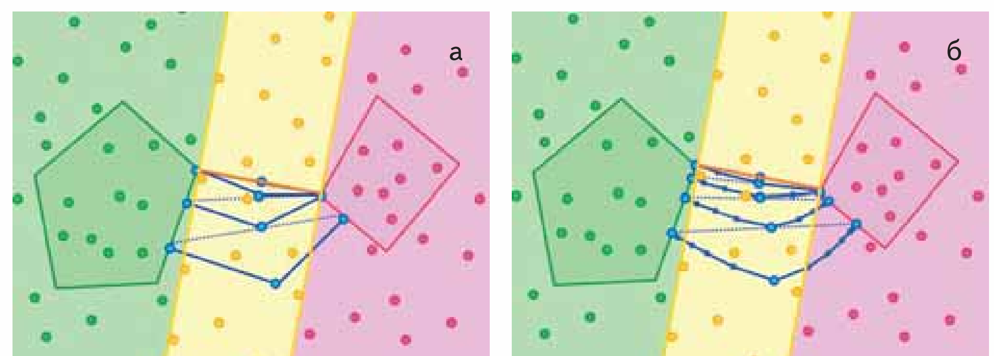

Рис. 2.
Алгоритмы решения задачи сильной отделимости: а – с проекциями; б – с фейеровскими отображениями

дина которого будет проецироваться в его концы. Полученный отрезок будет толщиной нашего разделяющего слоя. Через концы отрезка проведем прямые, перпендикулярные этому отрезку. Таким образом, получим слой наибольшей толщины, разделяющий наши многогранники и вместе с ними разделяющий наше пространство. Все точки, входящие в полупространство с зеленым многогранником, считаются прибыльными бумагами. Все точки, входящие в полупространство с красным многогранником, считаются убыточными бумагами. А те точки, которые попали в разделяющий слой, считаются бумагами на данный момент времени с нулевой прибылью.

Мы знаем, как находить проекцию точки на прямую и на плоскость, а вот как находить проекцию на многомерный многогранник до сих пор не известно. Чтобы решить задачу сильной отделимости, можно заменить операцию проектирования на фейеровские отображения [2]. Давайте посмотрим на рис. 2(б), и увидим как работают фейеровские отображения на том же примере. Берем произвольную точку, вместо проекций из этой точки строим последовательные приближения на оба многогранника, полученные точки на многогранниках соединяем в отрезок, берем середину этого отрезка... И так делаем до тех пор, пока не получим отрезок, определяющий толщину разделяющего слоя.

Рассмотренный алгоритм работает медленнее алгоритма с проекциями, но мы знаем, что фейеровские отображения хорошо распараллеливаются. И здесь к нам на помощь приходит суперкомпьютер. Уже написана программа, реализующая этот алгоритм разделения многогранников на суперкомпьютере [3]. И что же это нам дает в итоге? Допустим, что есть задача, в которой просчитывается 512 различных параметров ценных бумаг. На обычном компьютере эта задача решается за 16 часов, что в принципе превышает рабочее время биржи. А на суперкомпьютере, имеющем 256 процессорных ядра, она решается за минуту.

Для получения таких результатов был проведен ряд вычислительных экспериментов [4], для которых нами была сконструирована модельная задача. Для такого типа задач можно легко аналитически вычислить точное значение толщины максимального разделяющего слоя. Поэтому они хорошо подходят для проверки корректности алгоритма и изучения его масштабируемости. Кроме того, модельные задачи дают хорошую возможность для подбора оптимальных значений параметров алгоритма. Проиллюстрируем одну из модельных задач, заданную в виде систем линейных неравенств, где n — размерность задачи. На рис. 3 изображены два многогранника и итерации алгоритма, приводящие к разделяющему отрезку. Для проведения экспериментов был использован вычислительный кластер «СКИФ-Урал» (Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск).

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28

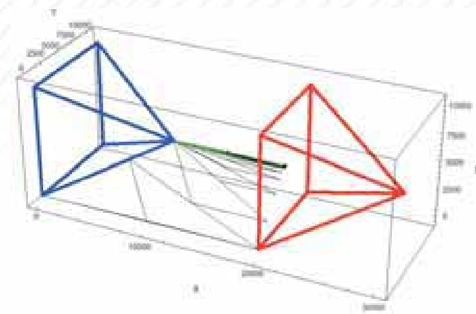

Рис. 3.
Пример работы алгоритма для трехмерной модельной задачи

Таким образом, применение суперкомпьютерных технологий в нашей задаче позволяет создать финансовый инструмент для работы с ценными бумагами в режиме реального времени. Тем самым описанный алгоритм может быть использован для создания программы-робота, которая будет в автоматическом режиме совершать биржевые операции, обеспечивая стабильную доходность. В настоящее время на мировых биржах уже трудятся сотни программ-роботов. Это явление получило название «роботрейдинг». Такой алгоритм позволит создать программу-робота нового поколения, которая может быстро реагировать на изменяющиеся условия рынка ценных бумаг и валют, обеспечивая владельцу преимущество в конкурентной борьбе [5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Соколинская И.М., Соколинский Л.Б.* Параллельный алгоритм решения задачи линейного программирования с неформализованными ограничениями // Системы управления и информационные технологии. – 2008. – № 1(31). – С. 37–43.
2. *Ершова А.В.* Алгоритм разделения двух выпуклых непересекающихся многогранников с использованием фейеровских отображений // Системы управления и информационные технологии. – 2009. – № 1(35). – С. 53–56.
3. *Ершова А.В., Соколинская И.М.* Параллельный алгоритм разделения двух выпуклых непересекающихся многогранников с использованием фейеровских отображений // Научный сервис в сети Интернет: суперкомпьютерные центры и задачи: Труды международной научной конференции (Новороссийск, 20–25 сентября 2010 г.). – М. : Изд-во МГУ, 2010. – С. 242–248.
Майоров С.И. О современных тенденциях развития торговых технологий // Информационно-аналитический журнал «Биржевое обозрение», 2009. – №10(70). – С. 14–17.
4. *Соколинская И.М., Соколинский Л.Б.* Параллельный алгоритм решения задачи линейного программирования с неформализованными ограничениями // Системы управления и информационные технологии. – 2008. – № 1(31). – С. 37–43.
5. *Ершова А.В.* Алгоритм разделения двух выпуклых непересекающихся многогранников с использованием фейеровских отображений // Системы управления и информационные технологии. – 2009. – № 1(35). – С. 53–56.
6. *Ершова А.В., Соколинская И.М.* Масштабируемый параллельный алгоритм построения псевдопроекций в задачах сильной отделимости // Научный сервис в сети Интернет: экзафлопсное будущее: Труды международной научной конференции (Новороссийск, 19–24 сентября 2011 г.). – М.: Изд-во МГУ, 2011. – С. 132–138.